

# A Matemática do ENEM em Bizus



Neste primeiro artigo sobre a Matemática do ENEM, eu quero abordar a estratégia do conteúdo, tendo por base as provas anteriores e as tendências de abordagem.

Quando confrontamos as provas anteriores do ENEM, podemos perceber de maneira nítida a intenção dos elaboradores em abordar o conteúdo programático no contexto do cotidiano da sociedade. Percebe-se uma conexão das questões não apenas com as demais habilidades, mas também com o contexto social e suas particularidades.

Desta forma, o candidato atento à situação evolutiva da sociedade e suas particularidades, já tem condições de compreender os enunciados das questões da prova com mais clareza, o que lhe confere a possibilidade de uma abordagem mais objetiva e sem equívocos.

Uma outra coisa que percebemos quando avaliamos as provas anteriores é que os assuntos do Ensino Fundamental são abordados com mais intensidade do que os assuntos do Ensino Médio. Assim, o candidato que possui um bom embasamento teórico destes assuntos terá muito mais chance de obter boa nota na prova.

Sendo assim, neste primeiro artigo, além de fazer a abordagem estratégica da prova, vou tratar de um assunto muito explorado no ENEM e, até o dia do concurso, em cada edição do Jornal, trarei um assunto diferente, de forma que o leitor possa se preparar para o concurso e alcançar sua meta.

A minha abordagem será realizada de duas maneiras: Na primeira, tratarei do assunto da maneira tradicional e na segunda, ensinarei a Técnica do Bizu. A Técnica do Bizu é o emprego de recursos operacionais que simplificam e aceleram o desenvolvimento de cálculos e resoluções de problemas, reduzindo o tempo necessário para a resolução em até 70%, ou seja, se o candidato necessita de 3 minutos em média para cada questão, ele resolverá cada uma delas em até 1 minuto, muitas das vezes resolvendo as questões de cabeça!

Vamos então ao nosso primeiro assunto da série “**A Matemática do ENEM em Bizus**”

---

## Razões e Proporções – Problemas de Escala

Em termos de incidência no ENEM, o tema “Razões e Proporções” vem em primeiro lugar. Este assunto é simples mas exige que o candidato saiba não apenas operar com proporcionalidade, mas que saiba interpretar muito bem o enunciado das questões já que nem sempre fica explícito que a questão se enquadra neste assunto.

Quando falamos que alguma coisa é proporcional à outra, estamos dizendo que “existe um número que ao multiplicar TODAS as medidas da primeira coisa, gera TODAS as medidas correspondentes da outra”. Por exemplo:

Vamos supor que você tenha uma miniatura de um veículo e na base da miniatura está escrito 1:24. Isto significa que se pegarmos a medida de QUALQUER parte da miniatura e multiplicarmos por 24, encontraremos a medida correspondente no veículo com o tamanho real, ou seja, se o comprimento do carrinho for 20 cm, o comprimento do carro real será  $20cm \times 24 = 480cm = 4,8m$ .

O mesmo procedimento tomado com cada medida da miniatura nos fornecerá as medidas correspondentes no veículo real.

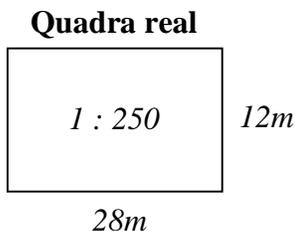
Da mesma maneira, se a escala for de 1:24, se dividirmos cada uma das medidas do veículo real por 24, obteremos as medidas correspondentes do veículo em miniatura.

Vamos agora ver como aplicar este método em questões do ENEM:

(ENEM 2011 - Questão 147) Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28m de comprimento por 12m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1:250. Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?

- a) 4,8 e 11,2      b) 7,0 e 3,0      c) 11,2 e 4,8      d) 28,0 e 12,0      e) 30,0 e 70,0

**Resolução**



Dividindo-se cada medida por 250, obteremos as medidas da maquete da quadra (observe que as respostas estão em centímetros. Logo, deve-se converter de metro para centímetro, bastando apenas multiplicar cada medida por 100):

$$12m \div 250 = 1200cm \div 250 = 4,8cm$$

$$28m \div 250 = 2800cm \div 250 = 11,2cm$$

**Resposta: letra (c)**

**BIZU:** Nesta questão, o procedimento de resolução é simples, mas para torná-lo ainda mais simples podemos vou ensinar um Bizu interessante. Observe que tivemos que dividir dois valores por 250. Um procedimento fácil para dividir qualquer número por 250 é o seguinte: Multiplique o número por 4 e, depois, “ande” com a vírgula uma “casa” para a esquerda. Assim, fazemos:

$$12m \div 250 = 12 \times 4 = 48,0 \xrightarrow{\text{“Andando” com a vírgula uma casa à esquerda}} = 4,8cm$$

$$28m \div 250 = 28 \times 4 = 112,0 \xrightarrow{\text{“Andando” com a vírgula duas casas à esquerda}} = 11,2cm$$

(ENEM 2011 – Questão 175) Um mapa-múndi feito com projeção cilíndrica (na escala 1:100.000.000) e que possui comprimento de 40cm representa uma distância real de aproximadamente:

- a) 4 bilhões de quilômetros.      c) 4 milhões de quilômetros.      e) 40 mil quilômetros.  
 b) 40 milhões de quilômetros.      d) 400 mil quilômetros.

**Resolução:**

Empregando-se o método ensinado, para se obter a distância real, basta multiplicar 40 por 1000.000.000. Com isto encontramos 4.000.000.000. Porém, as opções são dadas em quilômetros. Logo, deve-se converter de cm para km. Como 1 km equivale a 100.000cm, devemos dividir o resultado encontrado por 100.000. Assim teremos:

$$\text{Distância} = \frac{4.000.000.000}{100.000} \rightarrow D = 40.000km$$

**Resposta: letra (e)**

## Probabilidade

Prezados alunos, estamos de volta e, dando continuidade ao assunto “A Matemática do ENEM em Bizus”, vamos abordar mais um assunto que pode ser considerado um dos mais cobrados no ENEM: Probabilidade.

Quando o candidato se depara com uma questão de Probabilidade, normalmente se sente muito desconfortável pois se vê na necessidade de trabalhar com alguma coisa cujos resultados não tem como verificar se estão corretos!

Isso mesmo! De todas as categorias de assunto que a Matemática do ENEM nos cobra, a Probabilidade é a única que não podemos testar o resultado para ver se está certo. Isso se dá porque a

Probabilidade trata de informações que podem ser obtidas a partir de um número variável de tentativas cujos resultados são **Prováveis de se Ocorrer**. E, por ser **Provável**, fica difícil de, após resolvermos uma questão, tentarmos verificar se o que fizemos está certo ou errado. Veja um exemplo:

*Digamos que uma pessoa jogue um dado comum 5 vezes.  
Qual é a probabilidade de que se obtenha 5 resultados pares?*

Este tipo de problema é de fácil resolução, e o resultado é 1/32. Agora, como podemos fazer para verificar se este resultado está correto? Teríamos que pegar um dado e jogar 5 vezes para se certificar? Digo ainda que **nem assim daria para se ter esta certeza !!!**

Porém, trago uma boa notícia: Existe uma maneira bem prática para se calcular a probabilidade de que alguma coisa aconteça dentre várias possíveis e podemos, basicamente, sintetizar toda a Teoria das Probabilidades na seguinte frase:

*“A Probabilidade de ocorrência é **Tudo que eu quero** dividido por **Tudo que dá para Ser**”.*

Pode parecer engraçado, mas é exatamente isto aí. Acompanhe:

1) (ENEM 2011 – Questão 166) Todo o país pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emílio Ribas, São Paulo, a imunização "deve mudar", no país, história da epidemia. Com a vacina, de acordo ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação. Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

Campanha de vacinação contra a gripe suína		
Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

passa  
de  
a  
com

a) 8%      b) 9%      c) 11%      d) 12%      e) 22%.

**Resolução:** *Vamos observar que esta questão, quer-se saber a probabilidade de que uma pessoa aleatória atendida no posto de vacinação seja **Portadora de Doença Crônica**.*

*A primeira coisa a fazer é verificar quantas pessoas se enquadram neste grupo. Essa informação será o meu “**Tudo que eu quero**”. Da segunda linha do quadro encontramos 22 pessoas portadoras de doenças crônicas.*

*Agora precisamos encontrar o total de pessoas vacinadas. Esse será o “**Tudo que dá para ser**”. Ao somarmos todas as quantidades de pessoas vacinadas, que estão indicadas na coluna esquerda da tabela encontramos: 42 + 22 + 56 + 30 + 50 = 200.*

*Por fim, basta encontrar o resultado da divisão de “**Tudo que eu quero**” por “**Tudo que dá para ser**”.*

$$P = \frac{\text{“Tudo que eu quero”}}{\text{“Tudo que dá para ser”}} = \frac{22}{200} = 0,11 = 11\%$$

**Resposta: letra (c)**

2) (ENEM 2013 – Questão 150) Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol.

Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas. Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

- a) 1/2      b) 5/8      c) 1/4      d) 5/6      e) 5/14

**Resolução:** Nesta questão temos que, antes, entender os números: Se somarmos todos os valores, encontramos o seguinte: **600(inglês) + 500(espanhol) + 300(nenhum) = 1400** alunos. Porém, este número ultrapassa os **1200** dado no enunciado, ou seja, há, dentre eles, **200** pessoas que pertencem a um outro grupo: O dos que falam os dois idiomas. Assim, o número de alunos que falam, pelo menos um dos idiomas, é igual a:

$$1200 - 200 = 1000 \text{ alunos}$$

Agora, vamos à Probabilidade. Observe que o problema quer um falante de espanhol que não fale inglês. Ou seja, fale APENAS um idioma e que seja espanhol. Assim temos:

- O que eu quero: Falantes apenas de espanhol = 500

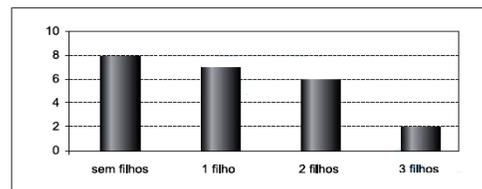
- O que dá para ser: Falantes em geral = 1000 (excluídos os que não falam)

$$P = \frac{\text{“Tudo que eu quero”}}{\text{“Tudo que dá para ser”}} = \frac{500}{1000} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

**Resposta: letra (a)**

3) (ENEM 2005 – Questão 38) As 23 ex-alunas de turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico abaixo. Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex-alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é:

- a) 1/3      b) 1/4      c) 7/15      d) 7/23      e) 7/25



uma  
delas

**Resolução:** Seguindo o nosso pequeno roteiro para resolver esta questão, teremos:

- O que eu quero: Filho único = 7 crianças

- O que dá para ser: Total =  $(8 \times 0) + (7 \times 1) + (6 \times 2) + (2 \times 3) = 0 + 7 + 12 + 6 = 25$  filhos.

$$P = \frac{\text{“Tudo que eu quero”}}{\text{“Tudo que dá para ser”}} = \frac{7}{25}$$

**Resposta: letra (e)**

## Um pequeno presentinho para o leitor...

Além de fazer um breve estudo do assunto “Probabilidade”, sob uma abordagem mais simplificada e prática, nesta edição do Jornal Universo Acadêmico, gostaria de presentear o prezado leitor com um Bizu muito interessante e que foi comentado na minha entrevista no programa de rádio do Universo Acadêmico, que fala sobre Juros e Porcentagens.

Naquele dia eu ensinei, a título de exemplo de emprego do Método do Bizu, um recurso muito prático para se calcular o tempo para que qualquer coisa tenha seu valor dobrado sob o regime de Juros Compostos.

Naquela ocasião, eu disse que, para saber este tempo, basta dividir 70 pela taxa praticada. Veja em uma questão como este Bizu simplifica cálculos muito complicados.

(MACK) Uma aplicação financeira rende 2% ao mês a juros compostos. Determine o tempo mínimo necessário para que o capital dobre de valor.

- a) 30 meses      b) 35 meses      c) 40 meses      d) 45 meses      e) 50 meses

**Resolução Tradicional:** A fórmula que calcula, em termos de juros compostos, o montante acumulado após investimento de um certo capital a uma taxa fixa ao longo de um período de tempo é:  $M = C \times (1 + i)^t$ , onde  $M$  é o Montante acumulado,  $C$  é o Capital investido,  $i$  é a taxa fixada e  $t$  é o tempo de aplicação. Normalmente, o resultado é aproximado pois se emprega, invariavelmente, os recursos de logaritmos que, nem sempre, geram resultados inteiros.

$$M = C \times (1 + i)^t \rightarrow 2C = C \times (1 + 0,02)^t \rightarrow 1,02^t = \frac{2C}{C}$$
$$1,02^t = 2 \rightarrow t \cdot \log(1,02) = \log(2)$$
$$t \times 0,0086 = 0,30 \rightarrow t = \frac{0,30}{0,0086} \cong 34,88 \cong 35 \text{ meses}$$

**Resposta: letra (b)**

**Resolução pelo Método do Bizu:**

Um procedimento muito interessante para se determinar o tempo necessário para que um capital investido a juros compostos tenha o seu valor dobrado é conhecido como “**Bizu dos 70**”. Este Bizu diz que se um capital é investido a uma taxa “ $i$ ” de juros compostos ele será duplicado, aproximadamente, em um período igual à divisão de 70 por  $i$ . Assim, na questão acima teremos:

$$t = \frac{70}{i} \rightarrow t = \frac{70}{2} \rightarrow t = 35 \text{ meses}$$

**Resposta: letra (b)**

## Apresentação



O Professor Claudio Castro é autor dos livros “Matemática em Bizus” e “Matemática, Novos Bizus nos Concursos Públicos, ENEM e Vestibulares”. Possui também diversos DVDs de Videoaulas de Matemática.

No ano de 2014, exibiu pela TV Roraima (quadro “Aprendendo mais Cedo” do “Bom dia Amazônia”, vídeos ensinando várias dicas de Matemática, visando o ENEM.

Atualmente administra o Portal de Ensino da Matemática ([www.bizudidatico.com.br](http://www.bizudidatico.com.br)), onde oferece conteúdo para preparação para os diversos concursos e é o local onde tanto seus livros quanto seus DVDs podem ser adquiridos.

Os livros do autor podem ser adquiridos no site da editora: [www.lcm.com.br](http://www.lcm.com.br)  
Contatos com o Professor podem ser feitos por: [profclaudiocastro@gmail.com](mailto:profclaudiocastro@gmail.com)